

DIMENSIONARE IL SISTEMA DI PICKING

di Gino Marchet e Marco Melacini

• Politecnico di Milano.
Dipartimento di Ingegneria Gestionale

Il tema del dimensionamento del sistema di picking è di particolare attualità in quanto sono in generale aumento gli articoli gestiti a magazzino e le soluzioni precedentemente adottate devono essere riprogettate per l'insufficienza dello spazio

La progettazione del sistema di picking è un tema di crescente importanza, dato l'elevato impatto dell'attività di allestimento degli ordini nel sistema distributivo in termini di costi e livello di servizio (Frazzelle, 1998, Dallari et al., 2008). Per aumentare l'efficienza del sistema di picking viene spesso introdotta nel centro distributivo un'area di prelievo (denominata nella terminologia anglosassone "Forward area") separata dall'area di stoccaggio intensivo (denominata nella terminologia anglosassone "Reserve area"). In tali contesti una delle scelte più importanti è costituita dal dimensionamento del sistema di picking, ovvero la scelta di quali e quanti articoli gestire nell'area di picking e dell'estensione dell'area di picking. Il tema del dimensionamento del sistema di picking è di particolare attualità in quanto sono in generale aumento gli articoli gestiti a magazzino e le soluzioni precedentemente adottate devono essere riprogettate per l'insufficienza dello spazio.

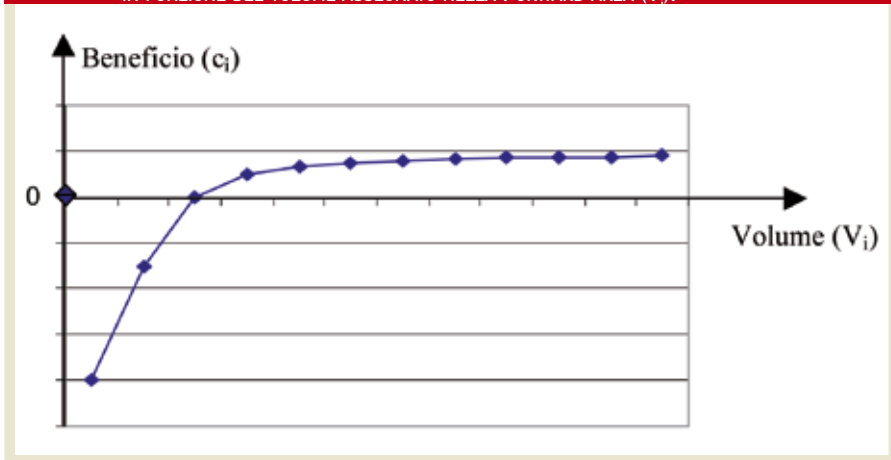
Solitamente si utilizza un'area di picking (Forward area) separata dall'area di stoccaggio in quanto i costi di prelievo dall'area di stoccaggio intensivo sono generalmente superiori a quelli eseguiti nell'area di picking; tale efficienza è legata



principalmente al fatto che l'area di picking è di estensione ridotta rispetto dell'area di stoccaggio intensivo e risultano pertanto minori i costi di movimentazione e inoltre le modalità operative e le attrezzature sono progettate appositamente per aumentare l'efficienza dell'attività di allestimento ordini. Pertanto, assegnando gli articoli all'area di picking si possono ridurre i costi di prelievo. D'altra parte l'assegnazione di un numero sempre maggiore di articoli

all'area di prelievo comporta un aumento della stessa, con una diminuzione della produttività di prelievo. L'introduzione di un'area di picking separata dall'area di stoccaggio comporta la necessità di introdurre una movimentazione aggiuntiva dall'area di stoccaggio intensivo all'area di picking, denominata rifornimento interno. Maggiore è il volume dedicato ad ogni articolo nell'area di picking, maggiore è il lotto di rifornimento e quindi minore il

FIGURA 1 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL BENEFICIO OTTENIBILE c_i PER L'ARTICOLO i -ESIMO, IN FUNZIONE DEL VOLUME ASSEGNATO NELLA FORWARD AREA (V_i).



numero di rifornimenti, mentre aumenta il tempo medio di percorrenza nell'area di picking.

Vi sono poi altri aspetti da considerare, specifici della scelta di utilizzare un'area di picking separata dall'area di stoccaggio intensivo, quali i costi aggiuntivi connessi alla realizzazione, al mantenimento e alla gestione dell'area stessa in termini di sistemi di stoccaggio e movimentazione dedicati e sistemi informativi necessari al continuo controllo e aggiornamento dell'inventario.

Il dimensionamento di un'area di picking distinta dall'area di stoccaggio intensivo è un tema che nella letteratura

anglosassone è indicato come "Forward Reserve problem" (FRP) (Frazelle et al., 1994). La soluzione dell'FRP richiede di effettuare le tre seguenti decisioni:

1. determinare la potenzialità ricettiva dell'area di picking (o in altri termini il volume disponibile);
2. identificare gli articoli da collocare nell'area di picking;
3. ripartire il volume disponibile nell'area di picking tra i diversi articoli.

Nella realtà applicativa, una o più delle tre decisioni, possono essere considerate come dei dati del problema, in quanto, ad esempio, non modificabili nel breve periodo (si pensi al volume disponibile della zona di picking) oppure già decisi in base a considerazioni interne aziendali (ad esempio la decisione di gestire tutti gli articoli nell'area di picking).

In un precedente lavoro (Marchet, Perego 1999) sono stati analizzati i criteri utilizzabili per ripartire il volume dell'area di picking fra i diversi articoli, supposto noti il sistema picking e quali articoli gestire. In questo lavoro si propone dapprima una metodologia per identificare quali articoli allocare nell'area

di picking e di conseguenza il numero di articoli da gestire con postazioni di picking dedicate; secondariamente un approccio euristico per l'identificazione della dimensione ottimale dell'area di picking.

Nella trattazione analitica del problema si farà riferimento a un sistema di picking omogeneo, cioè costituito da un'unica soluzione, quale ad esempio il prelievo da scaffalature tradizionali a bordo di carrelli commissionatori. Nel caso di presenza di più sottosistemi, la metodologia proposta va reiterata per ogni sottosistema.

MODELLIZZAZIONE DEL PROBLEMA

Per la scelta di quali articoli gestire in un sistema di picking e la quantità da allocare ad ognuno, l'obiettivo più comune e che quindi verrà considerato è la minimizzazione dei costi di esercizio, essendo il sistema di picking già esistente. Per ogni articolo è possibile definire il risparmio (o beneficio) netto dato dall'allocazione dell'articolo i -esimo nell'area di picking ($c_i(V_i)$), pari alla differenza tra il risparmio ottenibile prelevando l'articolo dall'area di picking e il costo di rifornimento per unità di tempo considerata (mese o anno).

Il costo dell'attività di rifornimento può essere considerato direttamente proporzionale al numero di cicli di rifornimento. Supponendo di effettuare un ciclo di rifornimento (prelievo della merce dall'area di stoccaggio intensivo, trasferimento nell'area di picking e messa a stock) per un quantitativo esattamente uguale al volume di picking (V_i) assegnato all'articolo i -esimo, il numero di cicli di rifornimento per articolo (r_i) risulta pari al rapporto fra il flusso (F_i) nell'unità di tempo considerata e il volume (V_i) dello stock di picking assegnato ($r_i = F_i / V_i$).

Il risparmio ottenibile dal prelevare l'articolo dall'area di picking è direttamente proporzionale al numero di prelievi nell'unità di tempo ed è funzione della differenza di costo di prelievo fra l'area di picking e l'area di stoccaggio intensivo. Pertanto il risparmio derivabile sarà tanto più grande tanto maggiore è la differenza di produttività di prelievo fra le due aree.

Analiticamente il beneficio atteso dall'allocazione dell'articolo i -esimo all'area di picking è esprimibile in funzione del volume da assegnare all'articolo nell'area di picking:

$$c_i(V_i) = \begin{cases} 0 & \text{se } V_i = 0 \\ s \cdot p_i - c_r \cdot F_i / V_i & \text{se } V_i > 0 \end{cases} \quad (1)$$

ove

- $i=1, \dots, n$ indice dell'articolo i -esimo;
- n numero di articoli assegnabili all'area di picking;
- c_i beneficio netto derivante dall'allocazione dell'articolo i -esimo all'area di picking [€/unità di tempo];
- s risparmio ottenuto quando un prelievo è effettuato nell'area di picking piuttosto che nella reserve area [€/prelievo];
- p_i numero atteso di prelievi per l'articolo i -esimo nell'orizzonte temporale considerato [prelievi/ unità di tempo];
- c_r costo unitario di un rifornimento [€/rifornimento];
- F_i flusso in volume dell'articolo i -esimo [volume/unità di tempo];
- V_i spazio/volume riservato all'articolo i -esimo nell'area di picking [volume].

I parametri del problema risultano quindi:

- p_i e F_i , caratteristiche proprie degli articoli;
- s e c_r , dipendenti dal sistema di picking, dalle politiche operative adottate nel sistema di picking e dalle caratteristiche della reserve area.

I valori di p_i e F_i sono ricavabili dall'anagrafica articoli e dal database delle movimentazioni, mentre i valori di s e c_r possono essere stimati analizzando tempi relativi alle attività connesse ai cicli di prelievo e rifornimento. Si suppone che i costi unitari di prelievo e di rifornimento siano indipendenti dal volume assegnato ad ogni articolo.

L'espressione (1), rappresentante il beneficio netto dato dall'allocazione dell'articolo i -esimo nell'area di picking ($c_i(V_i)$) è strettamente concava, crescente

e differenziabile nell'intervallo $(0, \infty)$; presenta una discontinuità nell'origine (figura 1). Dall'analisi dell'andamento di $c_i(V_i)$ al variare del volume associato all'articolo i -esimo (V_i) si osserva che se la quantità stoccata nell'area di picking per l'articolo i -esimo è troppo piccola il costo di rifornimento elimina i risparmi sul costo di prelievo, rendendo la curva dei benefici attesi negativa.

L'obiettivo di minimizzazione dei costi di esercizio equivale alla massimizzazione del beneficio dell'allocazione degli articoli all'area di picking.

Ipotizzando che la quantità a scorta presso l'area di stoccaggio intensivo sia sempre sufficiente per effettuare un rifornimento dello stock di picking e la stazionarietà della domanda durante l'orizzonte temporale considerato, il problema è esprimibile come:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i \cdot c_i(V_i) \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{i=1}^n x_i \cdot V_i \leq V_{\max} \\ & V_i \geq 0 \\ & x_i \in [0,1] \end{aligned} \quad (2)$$

ove

- x_i variabile binaria, che assume valore pari a 1 nel caso in cui l'articolo i -esimo sia allocato all'area di picking e 0 altrimenti;
- V_i volume allocato all'articolo i -esimo;
- V_{\max} volume complessivo netto a disposizione nell'area di picking, al netto della somma dei volumi di riserva mantenuti per ciascun articolo.

RISOLUZIONE DEL FORWARD RESERVE PROBLEM

Il problema esposto in (2) è di difficile risoluzione sia per il gran numero di variabili che lo compongono, sia per la non differenziabilità della funzione sull'intero dominio. Si tratterà quindi di analizzare tutte gli $O(n^2)$ modi di dividere gli n articoli in due gruppi (quelli che vengono prelevati esclusivamente nell'area di picking e quelli da prelevare esclusivamente nella riserva area), oppure individuare un efficace criterio euristico. La risoluzione della (2) si compone di 3 decisioni: definizione del numero j di articoli da gestire nel sistema di picking (con $j \leq n$), identificazione fra gli n articoli dei j articoli da allocare al sistema di picking e ripartizione del volume di picking disponibile fra i j articoli identificati.

In (Marchet e Perego, 1999) si è dimostrato che, noti j e V_{\max} , il volume ottimale V_i da assegnare a ciascun articolo dei j assegnati all'area di picking è proporzionale alla radice quadrata del flusso in volume:

$$V_i = \frac{\sqrt{F_i}}{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}} \cdot V_{\max} \quad \text{con } i=1, \dots, j \quad (3)$$

L'applicazione della (3), valevole nell'ipotesi di V_i inferiore a un pallet intero, comporta un numero di rifornimenti complessivi (R_{TOT}) pari a (nell'ipotesi che i lotti di rifornimento interni siano pari a V_i):

$$R_{TOT} = \frac{\left(\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i} \right)^2}{V_{\max}} \quad (4)$$

Nel caso in cui sia noto il numero j di articoli da gestire nell'area di picking, la (2) si riduce alla identificazione dei j articoli sugli n possibili che danno un beneficio complessivo superiore; il problema diventa quindi un Knapsack problem o "problema dello zaino" (Colomi, 1984). Un criterio euristico, che fornisce buoni risultati per questo tipo di problema, prevede l'ordinamento degli oggetti da riporre nello zaino per valori decrescenti del rapporto benefici/costi (Hackman e Rosenblatt, 1990). Si può dimostrare (si veda appendice) che l'applicazione di questo criterio euristico equivale per il problema in esame ad allocare nell'area di picking gli articoli con valore più elevato del rapporto fra il numero di prelievi nell'unità di tempo (proxy del beneficio atteso) e la radice quadrata del flusso a volume (proxy dell'utilizzo della risorsa limitata spazio nell'area di picking); tale rapporto sarà denominato nel proseguo Economic assignment quotient (EAQ) (Frazzelle, 1994):

$$EAQ_i = \frac{P_i}{\sqrt{F_i}} \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

Pertanto se il problema del FRP fosse l'individuazione dei j articoli sugli n possibili da allocare all'area di picking, è sufficiente considerare i j articoli con valore più grande dell'EAQ.

Nel problema in esame il numero di articoli j da allocare alla forward area risulta incognito. Per risolvere la (2) si propone di utilizzare un procedimento iterativo: una volta ordinati gli articoli per valore decrescente dell'indicatore EAQ, si considera un numero crescente di articoli A_j , con $j=1, \dots, n$, da assegnare all'area di picking. Per ogni valore di j si calcola il beneficio associato alla gestione dei j articoli con valore maggiore dell'EAQ nell'area di picking. Il valore di j per cui risulta massimo il beneficio atteso rappresenta la soluzione del problema. In questo modo si considerano solo n combinazioni, e non più tutte le $O(n^2)$ combinazioni possibili. In base alle considerazioni sopra riportate, la procedura di risoluzione del FRP nel caso in cui si debbano identificare gli articoli da allocare alla forward area (V_{\max} fissato) e il relativo volume associato si può articolare nei seguenti quattro passi:

1. ordinare gli n articoli per valori di EAQ decrescenti. In caso di uguaglianza del valore di EAQ, gli articoli devono essere ordinati per flusso F_i decrescente;
2. per ogni insieme ordinato di articoli $A_j = \{1, \dots, j\}$ con $j=1, \dots, n$, ripartire fra i j articoli il volume disponibile (V_{\max}), assegnando ad ogni articolo il volume V_i



$$V_i^* = \frac{\sqrt{F_i}}{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}} \cdot V_{\max} \quad \text{con } i=1, \dots, j \quad (3)$$

3. calcolare il risparmio (beneficio) complessivo in corrispondenza di A_j ottenibile dalla allocazione dei j articoli nella forward area rispetto al mantenimento nella reserve area. Il risparmio è calcolato sostituendo la (3) nell'espressione (1) del beneficio atteso:

$$c(A_j) = \sum_{j \in A_j} c(V_i^*) = \sum_{j \in A_j} (s \cdot p_i - c_r \cdot F_i / V_i^*) \quad (6)$$

Esprimibile anche come:

$$s \sum_{i=1}^j p_i - c_r \cdot \frac{1}{V_{\max}} \left(\sum_{i=1}^j x_i \cdot \sqrt{F_i} \right)^2 \quad (7)$$

4. scegliere l'insieme A_j^* minimo (in termini di numero di articoli) che massimizza il risparmio $c(A_j)$. Tra tutti gli n insiemi ordinati considerati scegliere quell'insieme A_j^* formato dal minore numero di articoli, cui corrisponde il massimo risparmio ottenibile. I j^* articoli saranno quelli da allocare nell'area di picking.

In Figura 2 è rappresentato il beneficio atteso dall'allocazione dei j articoli con maggiore valore dell'EAQ al variare del numero di articoli presenti nell'area di picking (ossia di j).

La funzione dei benefici complessivi risulta concava e l'andamento della curva è funzione dei valori dei parametri p_i , F_i , s e c_r . In genere l'andamento attorno al valore ottimale del numero di articoli j da allocare all'area di picking è abbastanza piatto.

ESTENSIONE DELL'UTILIZZO DELL'ECONOMIC ASSIGNMENT QUOTIENT (EAQ)

Nella pratica operativa si utilizza usualmente il numero di movimentazioni (in termini di numero di prelievi) come criterio di scelta degli articoli da gestire nel sistema di picking o nei diversi sottosistemi di picking. Tale approccio da una parte non fornisce alcuna indicazione, una volta individuati gli articoli a maggiore movimentazione, sul volume da assegnare ad ogni articolo, dall'altra è incompleto per due ordini di motivi: focalizzazione sulla sola attività di prelievo; mancata considerazione del volume assegnato ad ogni articolo, al variare del quale, come si è dimostrato in precedenza, cambia la convenienza economica della soluzione finale.

Risulta invece più opportuno assegnare le zone del magazzino più pregiate agli articoli che richiedono una maggiore densità di prelievo, analogamente a quanto fatto per la determinazione della politica di allocazione ottimale degli articoli all'interno del magazzino (dove viene utilizzato l'indice COI (Cube per Order Index) (Kallina, 1976)). La densità di prelievo è definita come il rapporto tra il numero di prelievi per ogni articolo ed il volume ad esso dedicato nell'area di picking (p_i/V_i). Nel caso in cui si assegni ad ogni articolo il volume ottimale, calcolato secondo la relazione (3), ordinare secondo la densità di prelievo equivale ad ordinare secondo il rapporto:

$$p_i / \left(\frac{\sqrt{F_i}}{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}} \cdot V_{\max} \right) \quad (8)$$

che equivale all'espressione:

$$\left(p_i / \sqrt{F_i} \right) * \left(\frac{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}}{V_{\max}} \right) \quad (9)$$

Essendo il secondo termine della (9) una costante (funzione della radice dei flussi complessivi degli articoli e del volume disponibile dell'area di picking), ordinare gli articoli per densità di prelievo decrescente equivale ad ordinare per valori decrescenti dell'economic assignment quotient (EAQ), che rappresenta quindi il criterio ottimale di ordinamento degli articoli, confermando quanto ottenuto per via analitica risolvendo il knapsack problem (si veda l'appendice).

Il valore di EAQ è specifico di ogni articolo ed è indipendente da fattori legati al contesto operativo, quali il layout, le tecniche di picking utilizzate o la configurazione del sistema. Pertanto in presenza di magazzini con area di picking costituita da più sistemi (ad esempio: dispenser, area pick to light, area con scaffalature tradizionali), se le aree presentano differenti produttività di prelievo (e quindi costi di prelievo) e diverso costo di rifornimento (legato all'operazione di rifornimento in sé o al volume allocabile al singolo articolo), si può utilizzare indice EAQ per ripartire gli articoli fra i sistemi di picking. Evidentemente tale ripartizione andrà svolta previa verifica della compatibilità pondo-volumetrica dei codici con i sistemi di picking in esame. Nel caso di allocazione nell'area di picking di un pallet per ogni articolo, le relazioni proposte non sono più valide e l'indice EAQ fornisce un ordinamento uguale a quello ottenuto per valori di numero di prelievi decrescenti (p_i).

VALUTAZIONE DELLA DIMENSIONE DELL'AREA DI PICKING

Nei paragrafi precedenti la soluzione del FRP è stata calcolata a partire dal volume massimo disponibile per l'area di picking (V_{\max}), considerando, dunque, il volume dell'area di picking come un dato in input al problema. Nel caso di progettazione da prato verde o d'estensione di un'area di picking esistente la dimensione del volume dell'area diventa una variabile endogena al problema.

In linea teorica la risoluzione del problema richiede l'analisi di tutti i volumi possibili dello stock di picking. Le alternative così determinate possono essere anche molto numerose; conviene quindi partire

FIGURA 2 ANDAMENTO DELLA FUNZIONE DI RISPARMIO COMPLESSIVA ($c(A_j)$) IN FUNZIONE DEL NUMERO J DI ARTICOLI ALLOCATI ALLA FORWARD AREA.

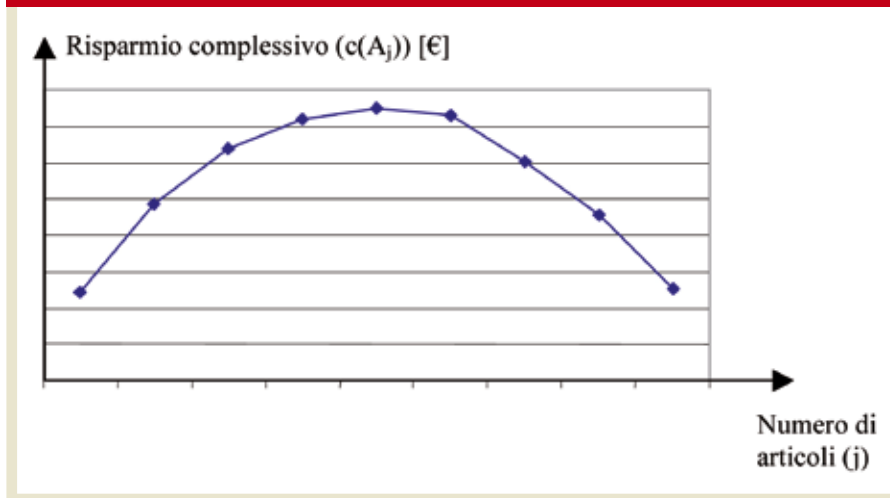
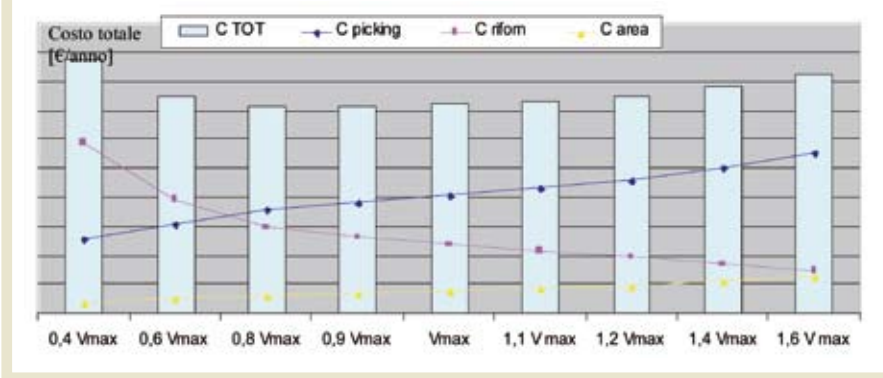


TABELLA 1 DATI DI CONTESTO CONSIDERATI PER LA STIMA DELLA DIMENSIONE OTTIMALE DELL'AREA DI PICKING.

Fattore	Valore considerato
Numero articoli	4.200
Num accessi/anno [righe]	1.810.000
Flusso/annuo [m ³]	25.800
ABC Flusso-articoli	60/20
Giacenza/area [m ³ /m ²]	0,77
Incidenza % parte variabile della missione di picking	60 %
Costo prelievo [€/riga]	0,23
Costo rifornimento [€/rifornimento]	2,3
Costo area [€/m ²]	70

FIGURA 3 SCHEMATIZZAZIONE DEI COSTI ANNUALI AL VARIARE DELLA DIMENSIONE DELL'AREA DI PICKING.



dall'analisi di un numero relativamente ristretto di alternative fondamentali per trovare una soluzione di primo livello. Per l'identificazione del volume del sistema di picking si propone la seguente procedura:

1. Ordinare gli articoli per flusso di prelievo giornaliero (ad esempio espresso in m³) decrescente.
2. Fare una prima assegnazione del volume ad ogni articolo in base al flusso di prelievo giornaliero. Ad esempio agli articoli a maggior flusso sarà dato un volume equivalente a un posto pallet, agli altri un volume equivalente a mezzo pallet o al riempimento di un canale a gravità, e così via. La somma dei volumi così assegnati agli articoli costituisce una prima ipotesi di volume dell'area di picking.
3. Stimare il costo unitario di rifornimento e di prelievo per il volume dello stock di picking trovato al punto 2).
4. Valutare i costi di percorrenza, rifornimento e dell'area al variare del Volume massimo (V_{max}).
5. Al termine del punto 4), noto il valore ottimale del Volume massimo è possibile ottimizzare la soluzione, risolvendo il FRP nell'ipotesi di V_{max} disponibile, secondo le espressioni fornite nel paragrafo 3.

Di particolare difficoltà risulta la risoluzione del punto 4). A tal fine si considerino le seguenti relazioni per un sistema di picking "operatore verso materiali + low-level":

- Costo di percorrenza: al crescere del volume del sistema di picking (V_{max}), cresce in modo lineare. Infatti, se ipotizziamo che la crescita del volume di picking sia ottenuta aumentando la lunghezza dei corridoi di prelievo a parità di larghezza, altezza e numero di corridoi, l'effetto atteso è un aumento della percorrenza interna proporzionale alla crescita della lunghezza dei corridoi. Effetto analogo è ottenibile lavorando a pari dimensione dei corridoi, aumentandone il numero. È da notare che tale relazione vale solo per la componente variabile del tempo di picking (di solito pari al 40-50% del tempo complessivo).
- Costo di occupazione dell'area: al crescere di V_{max} questo costo aumenta in modo lineare, in considerazione del rapporto fra volume dello stock di picking e superficie occupata.
- Costo di rifornimento: al crescere di V_{max} il numero complessivo di rifornimenti V_{max} si riduce in modo inversamente proporzionale (si veda la (4)). A titolo esemplificativo la metodologia proposta in questo paragrafo è stata

applicata a un caso reale, di un distributore di libri, operante sistema di picking "operatore verso materiali + low-level". L'analisi è stata svolta considerando dati di contesto riportati in tabella 1 e utilizzando per la risoluzione del punto 2) il seguente criterio empirico di dimensionamento della postazione di picking per articolo: assegnazione di un posto pallet (volume equivalente 1 m³) agli articoli con flusso medio giornaliero superiore a 0,5 m³ (ossia equivalente a fare un rifornimento circa ogni 2 giorni); assegnazione di un canale a gravità (volume equivalente 0,384 m³) agli articoli con flusso medio giornaliero compreso fra 0,05 e 0,5 m³ (ossia equivalente a fare mediamente un rifornimento ogni quattro o cinque giorni); assegnazione di una porzione di un ripiano (volume equivalente 0,192 m³) ai rimanenti codici (ossia equivalente a fare mediamente un rifornimento ogni dieci giorni). Al termine del punto 2) è stata ottenuta una prima ipotesi di volume di picking (V_{max}) pari a 900 m³. In corrispondenza di tale volume si sono stimati dei costi annui di picking, rifornimento ed area rispettivamente pari a: 407.000 €, 235.991 € e 81.760 €.

Successivamente sono state valutate le variazioni di tali voci di costo al variare del volume di picking (V_{max}) secondo le relazioni di proporzionalità suggerite. Si osserva in questo caso esplicativo (figura 3):

- Il costo della soluzione di partenza (V_{max} = 900 m³) è molto vicino a quello della soluzione ottimale (corrisponde a un volume di picking pari al 10% in meno della soluzione di partenza);
- La struttura dei costi totali è abbastanza piatta nell'intorno della soluzione di partenza;
- La soluzione che utilizza tutta l'area a disposizione non sempre corrisponde al costo totale minimo in quanto se da una parte riduce sicuramente i costi di rifornimento, dall'altra potrebbe penalizzare la produttività di prelievo per le maggiori percorrenze degli operatori.

CONCLUSIONI

In questo lavoro è proposto un modello per il dimensionamento del sistema di picking, con particolare riferimento alla identificazione degli articoli da gestire nell'area di picking e dello spazio dedicato ad ognuno.

I principali risultati sono:

- nel caso siano noti gli articoli da gestire nell'area di picking ed il volume complessivo dello stock di picking, quest'ultimo viene ripartito fra gli articoli proporzionalmente alla radice quadrata

del flusso in volume assegnando un posto pallet agli articoli a maggior flusso;
 ► nel caso siano noti il numero di articoli da gestire nell'area di picking e il volume dello stock di picking, per scegliere quali articoli assegnare a tale area è necessario ordinare gli articoli per valori decrescenti del rapporto fra il numero di prelievi e la radice quadrata del flusso a volume. Tale rapporto prende il nome di Economic assignment quotient (EAQ). L'EAQ rappresenta la densità di prelievo nell'area di picking. Il suo valore è specifico di ogni articolo ed è indipendente da fattori legati al contesto operativo, quali il layout, le tecniche di picking utilizzate o la configurazione del sistema;
 ► l'utilizzo dell'EAQ è corretto nelle situazioni in cui i vincoli operativi consentono di utilizzare diverse classi di volume, da assegnare agli articoli proporzionalmente alla radice del flusso in volume;
 ► nel caso sia incognito anche il numero di articoli da gestire nell'area di picking, la sua

individuazione richiede l'utilizzo di un procedimento iterativo, basato sull'ordinamento degli articoli per valore decrescente dell'indicatore EAQ. Tale procedura, implementabile a livello software, permette di analizzare n combinazioni rispetto alle $O(n^2)$ combinazioni possibili;
 ► l'applicazione dell'indice EAQ può essere estesa per decidere la ripartizione degli articoli fra diversi sistemi di picking;
 ► nel caso di dimensione dell'area di picking incognita, è stato proposto un criterio euristico, basato sulla diversa movimentazione a flusso dei codici, per stimare anche l'estensione ottimale della forward area, dopo aver definito quali articoli sono presenti in quest'area. Tale criterio consente di trovare una ipotesi di partenza ed i relativi costi unitari. A partire da questi costi unitari e complessivi annui è possibile stimare i costi annui per diverse estensioni dell'area di forward e quindi identificare l'estensione ottimale dell'area di picking. □

Bibliografia

- Dallari F., Marchet G., Melacini M., "Design of order picking system", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2008, in corso di pubblicazione (<http://dx.doi.org/10.1007/s00170-008-1571-9>)
- Frazelle E.H., Hackman S.T., Passy U., Platzman L.K., "The Forward Reserve problem", *Optimization in industry*, vol. 2, 1994
- Hackman S.T., Rosenblatt M.J. "Allocating items to an automated storage and retrieval system", *IIE Transactions*, vol. 22 (1), pagg. 7-14, 1990
- Kallina C., Lynn J., "Application of the cube per order index rule for stock location in a distribution warehouse", *Interfaces*, 7(1), 1976
- Marchet G., Perego A., "Criteri di ripartizione dello spazio disponibile nei sistemi di picking", *Logistica management*, giugno/luglio, 1999
- Van der Berg J. P., Sharp G. P., Gademann A.J.R.M., "Forward reserve allocation in a warehouse with unitload replenishment", *European journal operational research*, 1998, pagg. 98-113
- Van der BERG J. P., "A literature survey on planning and control of warehousing systems", *IIE Transactions*, vol. 31, pagg. 751-762, 1999

Appendice

DETERMINAZIONE DELL'ECONOMIC ASSIGNMENT QUOTIENT COME CRITERIO DI ORDINAMENTO DEGLI ARTICOLI

Il problema dell'identificazione di quali articoli allocare all'area di picking e della determinazione della quantità da allocare ad ognuno può essere formulato come:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i c_i (V_i) \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{i=1}^n x_i V_i \leq V_{\max} \\ & V_i \geq 0 \\ & x_i \in [0,1] \end{aligned} \tag{A1}$$

Si supponga di conoscere i j articoli da allocare nella *forward area*; allora il volume ottimale di ogni articolo (V_i^*) è ricavabile ricorrendo al metodo dei moltiplicatori di Lagrange (Marchet, Perego, 1998):

$$\begin{aligned} V_i^* &= \frac{\sqrt{F_i}}{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}} \cdot V_{\max} \\ \text{con il valore ottimale moltiplicatore di lagrange } (\lambda^*) \text{ pari a:} \\ \lambda^* &= \left(\frac{\sum_{i=1}^j \sqrt{F_i}}{V_{\max}} \right)^2 \end{aligned} \tag{A2}$$

Da cui si ricava il volume ottimale per articolo in funzione del valore ottimale del moltiplicatore di Lagrange:

$$V_i^*(\lambda^*) = \sqrt{\frac{F_i}{\lambda^*}} \tag{A3}$$

Supposto di conoscere il valore ottimale del moltiplicatore di Lagrange (λ^*) il problema (1) si riporta nella forma del *knapsack problem* (Colomi, 1984; Hackman e Rosenblatt, 1990), in cui vi sono n articoli da allocare, ed è noto per ogni articolo il beneficio derivante dall'adozione e il volume richiesto:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^n x_i c_i (V_i^*(\lambda^*)) \\ \text{s.t.} & \\ & \sum_{i=1}^n x_i (V_i^*(\lambda^*)) \leq V_{\max} \\ & V_i \geq 0 \\ & x_i \in [0,1] \end{aligned} \tag{A4}$$

Un efficiente criterio euristico per risolvere la (A4) è ordinare gli articoli per valore decrescente del rapporto fra benefici ottenibili e volume occupato, e riempire lo "zaino" aggiungendo gli articoli fino al raggiungimento della capacità massima. Nel caso in esame applicare l'euristico significa ordinare gli articoli per valori decrescenti del rapporto:

$$\frac{c_i (V_i^*(\lambda^*))}{V_i^*(\lambda^*)} \tag{A5}$$

in cui il volume $V_i^*(\lambda^*)$ è pari all'espressione (A3) e il beneficio atteso per l'articolo i-esimo risulta:

$$c_i (V_i^*(\lambda^*)) = \begin{cases} 0 & \text{se } V_i^*(\lambda^*) = 0 \\ sp_i - c_r F_i / V_i^*(\lambda^*) & \text{se } V_i^*(\lambda^*) > 0 \end{cases} \tag{A6}$$

Sostituendo la (A3) e la (A6) nella (A5) si ottiene:

$$\frac{sp_i}{\sqrt{c_r} \sqrt{F_i}} \sqrt{\lambda^*} - \lambda^* \tag{A7}$$

Nella (A7), data la costanza dei parametri s e c_r per un fissato volume dell'area di picking, è evidente che qualunque sia il valore del moltiplicatore di Lagrange, che si ricorda essere uguale per tutti gli articoli, l'articolo i-esimo avrà un valore dell'espressione (A5) superiore all'articolo i+1 se e solo se:

$$\frac{P_i}{\sqrt{F_i}} > \frac{P_{i+1}}{\sqrt{F_{i+1}}} \tag{A8}$$

Il rapporto fra il numero di prelievi e la radice del flusso in volume di un generico articolo rappresenta proprio l'Economic Assignment Quotient (EAQ).